

Laser aus dem Quantenchaos

Jens U. Nöckel

Published in: Physik in unserer Zeit 2/20000, p. 79

Um bei der Integration von Lasern auf Mikrochips Platz zu gewinnen, kann man sich in den Phasenraum begeben: Das klassische Strahlenbild in Verbindung mit Methoden der nichtlinearen Dynamik gibt wertvolle Anhaltspunkte bei der Miniaturisierung optischer Komponenten.

Licht ist eine schwierige Materie, weil es eben keine Materie ist. Photonen, die Quanten des Lichtfeldes, sind ungeladen und besitzen keine Masse. Unter den Elementarteilchen gehören sie zu den Flüchtigsten – sie auf kleinem Raum festzuhalten, ist eine Kunst. Gerade dies ist jedoch ganz oben auf der Wunschliste eines ganzen Technologiezweiges: der Photonik. Sie löst in in großen Bereichen immer mehr die Elektronik ab. Wo Daten übertragen werden, ist dies bereits seit den Achziger Jahren der Fall; wo Daten verarbeitet werden, zeichnet sich ein steigender Bedarf an Alternativen zur Elektronik ab.

Für massiv parallele Datenübertragung sind Photonen geradezu prädestiniert – man denke nur an die Informationsmengen, die kontinuierlich durch unser Auge übertragen werden. Als in den Achzigern die Verkabelung der Haushalte noch von vielen mit Orwellschem Skeptizismus begrüßt wurde, hatte gerade ein explosives Wachstum in der Informationsübertragung eingesetzt, weil zusätzlich zum Telefonieren nun die Übermittlung von Daten (z.B. Fax und Bilder) gefragt war. Kupfer-Telefonleitungen können diesem Informations-Ansturm, der sich mit dem Internet nochmals radikal verstärkt hat, nicht mehr standhalten, obwohl sich ihre Übertragungsrate seit den siebziger Jahren auf einige hundert Kiloherz verzehnfacht hat. Mit einer einzigen Glasfaser ist es dagegen schon jetzt machbar, über eine halbe Million Telefongespräche zu übermitteln [1], und damit ist ihre Kapazität von bis zu 7 Terahertz (Milliarden Kiloherz) nicht einmal annähernd ausgeschöpft. Besser noch sieht es auf Kurzstrecken, wie z.B. im Inneren von Computern, aus: dort kann man die Photonen ganz ohne Leitungen kreuz und quer durch den freien Raum sausen lassen, ohne dabei das von elektrischen Leitungen bekannte Problem des Übersprechens zu bekommen [2, 3].

In der Datenverarbeitung jedoch zeigt sich eine Schattenseite des Lichtes: seine mangelhafte Manipulierbarkeit macht es schwer, Licht mit Licht zu steuern, analog zu den Elektronen im Transistor. Dazu braucht man eine gegenseitige Wechselwirkung, und die besitzen Elektronen wegen ihrer Ladung

von Haus aus. Photonen können dies nachahmen, wenn sie sich in einem dielektrischen Medium befinden, dessen Brechungsindex sich bei genügend großer Lichtfeldstärke ändert. Da der Brechungsindex die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes beeinflusst, kann die Anwesenheit von Licht sich indirekt auf einen anderen Photonenstrom auswirken. Um solche sogenannten nichtlinearen Effekte praktisch nutzbar zu machen, braucht man aber Licht besonderer Qualität – Laserlicht.

Mit Mikrolasern schöner scheinen

Wichtige, in der Natur nicht vorkommende Eigenschaften des Lasers sind seine Farbreinheit (Monochromasie), die zeitliche und räumliche Gleichmäßigkeit seiner Wellenzüge (Kohärenz) und die erzielbare Intensität. Letztere ist für die nichtlineare Optik entscheidend, die erstere ist eine Voraussetzung, um die Übertragungskapazität der Glasfaser besser auszunutzen. Kohärenz führt u. a. auch dazu, daß Licht den Laser in einem wohldefinierten Polarisationszustand verläßt. Funktion und Namensgebung des Lasers beruhen auf dem Prozeß der stimulierten Emission, der 1917 von Einstein beschrieben wurde. Auch seinen Nobelpreis hat er dem Photon zu verdanken (nicht etwa der Relativitätstheorie): zur Erklärung des photoelektrischen Effektes benutzte er, daß die von Photonen getragene Energie ihrer Frequenz proportional ist. Als Konsequenz hieraus wird der Spektralbereich, in dem ein Laser strahlt, durch die Energieniveau-Struktur des aktiven Mediums bestimmt, welches die zugeführte elektrische oder optische Energie in neue Photonen umwandelt. Die Zahl der innovativen lichterzeugenden Materialien wächst ständig, und reicht von organischen Materialien[5, 6] bis zu Halbleitern mit unterschiedlichster Zusammensetzung[7], auf atomarer Ebene strukturiert in Form von Halbleiter-Übergittern[8] bis zu Ansammlungen von Quantenpunkten[9].

Dadurch, daß ein Photon das aktive Material zur Aussendung eines weiteren Lichtquants bei der gleichen Energie stimulieren kann, kommt es zur Lichtverstärkung. Einen Laser bekommt man aber nur, wenn diese Verstärkung größer ist als die Verluste, die durch Absorption und durch das Entweichen der Strahlung aus dem Laser entstehen. Um also mit möglichst wenig Pumpleistung diese Schwellenbedingung zu erfüllen, ist eine lange Verweildauer des Lichtes in der aktiven Region wünschenswert. Zu diesem Zweck wird das verstärkende Medium in einem Resonator untergebracht, in dem das Licht mehrfach in die aktive Region zurückgeworfen wird.

Als logische Konsequenz der eingangs beschriebenen technologischen Vor- und Nachteile liegt es nahe, optische zusammen mit elektronischen Bauteilen auf Chips zu integrieren, um so die besten Seiten beider Welten

zu nutzen. Licht mit Strom oder Strom mit Licht zu steuern, lautet die Devise der Optoelektronik. Von grundlegender Bedeutung hierbei sind miniaturisierte Laserquellen, die mit geringen Verlusten und im gewünschten Spektralbereich arbeiten. Das Streben nach dem kleinstmöglichen Laser hat schon Tradition, sowohl aus technologischem als auch aus grundlegendem Interesse, wie sich aus der Geschichte dieses Feldes ersehen läßt [10]. Gerade das Erfordernis eines verlustarmen Resonators aber ist mit einer fortschreitenden Miniaturisierung nur schwer vereinbar. Das Problem beginnt damit, daß in kleinen Lasern auch weniger verstärkendes Material steckt, so daß die Schwellenbedingung nur mit höherer Pumpleistung oder mit besseren Resonatoren zu erfüllen ist. Mit konventionellen, “makroskopischen” Techniken zum Einfangen von Licht, z.B. zwischen Parallelsiegeln, wird aber die Verkleinerung des aktiven Volumens schnell dadurch wieder zunichte gemacht, daß die Spiegel selbst immer dicker werden müssen.

Um für Mikrolaser Spiegel mit Reflektivitäten von 99% und mehr zu erreichen, setzt man statt Metallen mit ihrer unvermeidlichen Absorption oft dielektrische Vielfachschichten ein, die das Licht mittels destruktiver Interferenz zurückhalten. Hierauf basiert der “vertical cavity surface emitting laser (VCSEL)”, ein durch vielfaches Schichtwachstum erzeugtes Sandwich aus zwei solchen dielektrischen Reflektoren, zwischen denen das aktive Halbleitermaterial als dünner Belag erscheint. Dieses Reflektorprinzip ist analog dem Auftreten von verbotenen Energiebereichen für die Elektronenwellen in einem periodischen Kristall, das man Bragg-Reflexion nennt. Daher liegt es nahe, von den vertikal gestapelten optischen Bragg-Reflektoren des VCSELs zu Strukturen überzugehen, die auch in seitlicher Richtung als Bragg-Spiegel wirken. Die Analogie solcher “photonischen Kristalle” [11] zur Bandstruktur des Festkörpers erlaubt es dann, die eigentliche Laserkavität als eine Störstelle in einem ansonsten periodischen dielektrischen Gitter anzusehen. Wieder trifft man hier allerdings auf das Problem, daß man so zwar kleine Kavitäten erzeugen kann, aber die Gesamtgröße des Systems durch die Ausdehnung der Spiegel dominiert wird – erst wenn genügend viele Perioden des photonischen Kristalls die Kavität umgeben, bildet sich die gewünschte verbotene “Bandlücke” wirklich aus.

Diese Resonator-konzepte, wie auch die jüngst demonstrierte Ausnutzung von lokalisierten Zuständen in ungeordneten, nicht periodischen, Medien für Lasertätigkeit[12] basieren auf der Wellennatur des Lichtes, die Interferenz möglich macht. Dagegen funktioniert das Führen von Licht in Glasfasern mit einem Mechanismus, der bereits im Strahlenbild verstanden werden kann, nämlich der totalen Internen Reflexion. Die klassische Erklärung für diese Erscheinung, die z.B. auch für Luftspiegelungen verantwortlich ist[13],

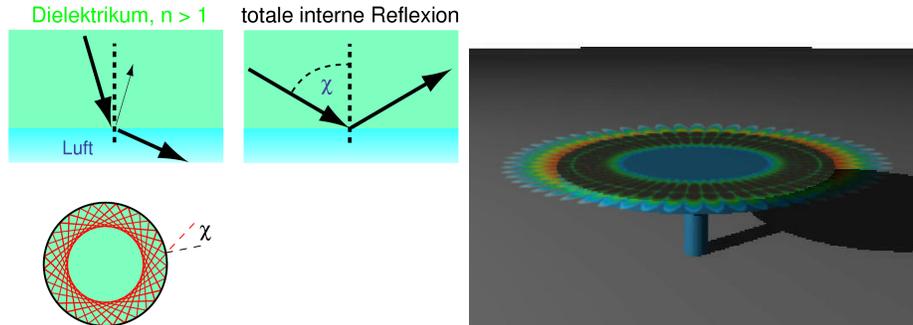


Abbildung 1: Ein Strahl, der genügend steil auf die Grenzschicht eines optisch dichten Materials zur Luft einfällt, wird nur teilweise reflektiert und kann nach dem Brechungsgesetz austreten. Bei größerem Einfallswinkel χ ist die Reflexion an einer ebenen Grenzschicht dagegen vollständig. In einem Kreis kann dies mit Hilfe des Flüstergalerie-Effektes zum Einschließen von Licht benutzt werden. Es resultieren langlebige Resonator-Moden, die im Mikroscheiben-Laser ausgenutzt werden.

liefert das Fermatsche Prinzip[14]: Strahlen laufen von einem Punkt zum anderen in solcher Weise, daß sie dafür die geringstmögliche Zeit brauchen. Da die Lichtgeschwindigkeit umgekehrt proportional zum Brechungsindex n ist, ändert ein Strahl beim Übertritt zwischen zwei Dielektrika im allgemeinen seine Richtung, und zwar wird er “vom Lot weg gebrochen”, wenn er von einem optisch dichten Medium mit Brechungsindex n in ein optisch dünneres wie Luft gelangt. Diese Vorschrift führt dazu, daß bei einem *kritischen Einfallswinkel* χ_c der gebrochene Strahl tangential zur Grenzfläche läuft. Weiter als bis dort kann kein Strahl gebrochen werden, also gibt es kein Entkommen für diejenigen Strahlen, die der Oberfläche des Dielektrikums mit Einfallswinkeln begehen, welche zu weit vom Lot entfernt sind [Abb. 1 (a)].

In der optischen Faser können Lichtstrahlen daher ohne Abstrahlungsverluste auf Bahnen propagieren, die fast parallel zur Achse sind. Diese Lichtführung durch totale interne Reflexion läßt sich auch für Mikroresonatoren nutzen. Der Vorteil besteht darin, daß statt dicker Spiegel im Prinzip nur eine genügend glatte Oberfläche nötig ist, um extrem gute Spiegelwirkung zu erreichen. Das aktive Medium übernimmt die Rolle des Resonators gewissermaßen selbst. Der Trick besteht nur darin, die Lichtstrahlen im Medium auf solche Bahnen zu zwingen, die an den Grenzflächen genügend oft die Bedingung für Totalreflexion erfüllen, um die erwünschte Lebensdauer

zu erzielen. Das dies überhaupt geht, ist insbesondere in Materialien mit geringem Brechungsindex nicht offensichtlich, denn je geringer der “Kontrast” zur Umgebung, desto weniger darf ein Strahl sich von der Tangente zur Oberfläche Entfernen, um noch total reflektiert zu werden. Für organische Verbindungen ist daher das Ausnutzen dieses Effektes schwieriger als für Halbleiter.

Daher mag es überraschen, das wesentliche Pionierarbeit zur Ausnutzung der internen Reflexion in Mikroresonatoren in den frühen Achziger Jahren mit Hilfe von noch schwächer brechenden Substanzen, nämlich Aerosol-Tröpfchen, geleistet wurde[15]. Das liegt an einem wunderbaren Zufall der Natur: wegen der Oberflächenspannung haben frei fallende Mikrotröpfchen eine so glatte und runde Gestalt, daß in ihrem Inneren Lichtstrahlen praktisch endlos im Kreis herum zirkulieren können. Wenn sie dabei nahe genug an der Oberfläche bleiben, sind sie durch totale interne Reflexion gefangen und können, wenn die Flüssigkeit einen geeigneten Farbstoff enthält, bereits bei sehr geringer Pumpleistung die Laseraktivität auslösen. Daß es in einer kreisrunden Kavität solche zirkulierenden Strahlen nahe der Berandung gibt, kann man an einem akustischen Analogon in der Kathedrale von St. Paul’s in London feststellen. Unter deren Kuppel führt das Phänomen der “Flüstergalerie” dazu, daß ein nahe der runden Wand gesprochenes Flüstern zwar an der gegenüberliegenden Seite deutlich hörbar ist, nicht aber in der Mitte des Raumes.

Der zugrundeliegende Strahlverlauf ist in Abb. 1 (b) skizziert. Der Flüstergalerie-Effekt ist wie geschaffen für optische Mikroresonatoren, und präsentierte sich Anfang der Neunziger Jahre auch für Halbleiter-Mikrolaser als sehr vielversprechend[16]: In bis zu hundert Nanometer dünnen Scheiben von wenigen Mikrometern Durchmesser ließen sich Halbleiter-Sandwichstrukturen wie jene, die das aktive Gebiet eines VCSEL ausmachen, ohne konventionelle Spiegel und mit extrem wenig Eingangsleistung zum Lasen bringen. Die Lichtausbreitung in solchen Strukturen ist annähernd planar in der Scheibenebene, wie in Abb. 1 (c) angedeutet. Die enge Beziehung zwischen Strahlen- und Wellenbild zeigt sich beispielsweise in der Existenz eines verbotenen Raumbereiches im Scheibeninneren.

Was Abb. 1 (c) aber ebenfalls zeigt, ist die Art und Weise, wie das klassische Strahlenbild an seine Grenzen stößt, wenn die Abmessungen des Resonators nicht mehr als makroskopisch im Vergleich zur Lichtwellenlänge angenommen werden können. Ein Welleneffekt, der bereits für die Namensgebung “Resonator” verantwortlich zeichnet, ist die Interferenz. Sie führt dazu, daß nur bei einem diskreten Satz von Wellenlängen die zirkulierenden Wellen mit sich selbst nach einem Umlauf in Phase sind, statt sich

auszulöschen. Die optischen Schwingungszustände oder “Moden” sind also quantisiert. Eine zusätzliche Folge der Wellennatur ist, daß das Licht aus dem Resonator ein wenig in den Außenraum eindringt, und entgegen dem Gesetz von der totalen internen Reflexion nicht unbegrenzt in der Scheibe verbleibt. Diese endliche Lebensdauer des Photons ist auf die Krümmung der Oberfläche zurückzuführen und kann als ein Beugungsverlust bezeichnet werden. Das Regime der Beugung, das in kleinen photonischen Strukturen erreicht wird, ist aus einem anderen Beispiel wohlbekannt: schickt man ein Bündel paralleler Lichtstrahlen durch einen kleinen Spalt, laufen die durchgelassenen Strahlen hinter dem Spalt nicht alle in gleicher Richtung weiter wie vorher, sondern divergieren um so stärker, je kleiner der Spalt in Einheiten der Wellenlänge ist.

Wellen oder Strahlen

Warum hat die Beugung überhaupt einen Namen ? Weil sie eine Korrektur zu unserem Vorurteil beschreibt, nach dem Lichtstrahlen sich wie die Teilchenbahnen der klassischen Mechanik verhalten, so wie es auch Newton dachte und sein Zeitgenosse Huygens bestritt. Eigentlich bräuchte man diesen Begriff gar nicht, denn das “Substrat”, aus dem Photonen gemacht sind, ist das elektromagnetische Feld, beschrieben durch die Maxwellschen Gleichungen – und durch exaktes Lösen dieser Gleichungen wird der von Huygens favorisierte Wellenaspekt “vorurteilsfrei” beschrieben. Maxwells Grundgleichungen bilden seit ca. 100 Jahren das Fundament der Optik, und gelten als ein Vorbild dafür, wie formale Einfachheit die Qualität einer Theorie auf ästhetische Weise widerspiegelt. Gerade deswegen sind sie aber auch ein Paradebeispiel dafür, daß physikalische Erkenntnis sich nicht allein damit beschäftigen muß, “was die Welt im Innersten zusammenhält”, sondern vielmehr damit, *wie* es dies tut. “Es” – das sind die Grundgleichungen; aber um das “Wie” zu verstehen, brauchen wir Begriffe wie “Beugung” und Näherungen wie das Strahlenbild.

Um das “Wie” geht es auch beim Design neuartiger Mikrolaser. Die Entwicklungsidee hinter dem Mikroscheiben-Laser in Abb. 1 (c) ist vom Strahlenbild geleitet, zu dem man aus den Maxwellschen Gleichungen im Grenzfall kurzer Wellenlängen gelangt – in diesem Sinne hatten also sowohl Huygens als auch Newton Recht; eine Vorwegnahme des auch für die Interpretation der Quantenmechanik so wichtigen “semiklassischen Limes”. Schrittweises Verfeinern dieser Idee liefert ein besseres Verständnis der physikalischen Zusammenhänge, als blindes Ausrechnen des vollständigen Problems. Das macht sich insbesondere dann bemerkbar, wenn bei der Entwicklung konkrete Zielvorgaben zu erfüllen sind. Eine wichtige Vorgabe, der ein brauchbarer Laser genügen sollte, ist eine möglichst gebündelte Ausstrahlung, damit das

erzeugte Licht effizient in benachbarte optische Komponenten eingekoppelt werden kann.

Beim Mikroscheiben-Laser in Abb. 1 (c) erfolgt die Abstrahlung seitlich, aber wegen der Kreisform gibt es überhaupt keine bevorzugte Strahlrichtung. Der Einfallswinkel χ der Strahlen ist von einer Reflexion zur nächsten derselbe, und das krümmungsbedingte Entweichen geschieht daher nach allen Seiten gleichmäßig. Um dies zu ändern, muß man offenbar die Kreis-symmetrie zerstören – aber dies eröffnet einen schier unendlichen Raum von Möglichkeiten, von der Ellipse bis zum Polygon. Um hier einen Leitfa-den zu finden, kann man versuchen, sich wiederum der intuitiven Kraft des Strahlenbildes zu bedienen. Schon Baron Rayleigh, der das akustische Flüstergalerie-Phänomen erklärte [17], sah, daß es dabei auf die exakte Kreisform der Wand nicht ankommt. Im dielektrischen Gegenstück gibt es allerdings keine echte “Wand”, so daß die Strahlen den Resonator bei steilem Einfallswinkel obendrein verlassen können.

Wir wollen also in einem offenen System den Wellen-Strahlen-Dualismus verstehen. Diese Konstellation findet sich auch in der Quantenmechanik als ein seit ihrer Anfangszeit diskutiertes Problem[18], insbesondere seit in den Siebziger Jahren deutlich wurde, wie schlecht wir auch den rein klassischen Grenzfall der Wellenmechanik verstehen: in den meisten realen Situationen legt die klassische Mechanik chaotisches Verhalten an den Tag, das sich in irregulärer Bewegung und der Unvorhersagbarkeit individueller Bahnen auf langen Zeitspannen äußert. Das Studium des Dualismus zwischen Wellen und Bahnen in Anwesenheit von klassischem Chaos bezeichnet man oft als Quantenchaos[19, 20]. Mikroresonatoren werden nun zu einem Labor für diesen Forschungszweig, weil Chaos auch die Lichtstrahlen erfassen kann, wenn man die Form des Resonators asymmetrisch macht.

In Abb. 2 ist gezeigt, daß ein ovaler Querschnitt tatsächlich zu einer wünschenswerten Bündelung der Emission führt – sowohl im Strahlenbild, als auch bei exakter Lösung der Maxwell’schen Wellengleichung, wo die austretenden Wellenümel in grün zu sehen sind. Die Strahlenbahn im Inneren sieht der Flüstergalerie aus Abb. 1 recht ähnlich – mit einem wichtigen Unterschied: Wegen der asymmetrischen Form fluktuiert der Einfallswinkel nun zwischen Reflexionen und kann insbesondere nach einiger Zeit die Bedingung für totale Reflexion verletzen, auch wenn er dies anfänglich nicht tut. Zu den Beugungsverlusten im Kreis kommt also jetzt ein klassischer Austrittsmechanismus hinzu.

Wenn dieser Mechanismus der dominante ist, kann man sich von einer geeigneten Analyse des Strahlenbildes verlässliche Rückschlüsse auf das Emissionsverhalten erhoffen. Noch ist aber die Frage nicht beantwortet, ob es

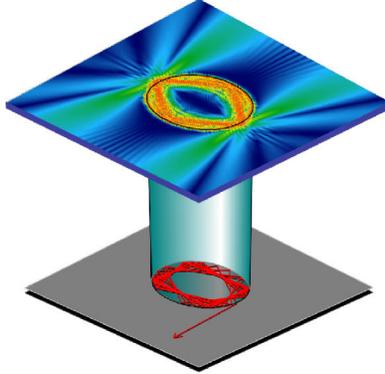


Abbildung 2: Der Wellen-Strahlen-Dualismus in einem dielektrischen Zylinder-Resonator mit ovalem Querschnitt. Sowohl die interne Feldverteilung als auch das Emissionsprofil der Wellenfunktion, wie sie oben in Falschfarbendarstellung gezeigt sind, folgen dem unten abgebildeten Verhalten eines korrespondierenden Lichtstrahls. Wegen der planaren Wellenausbreitung findet man Moden dieser Art sowohl in langen Zylindern, als auch in dünnen Scheiben.

denn wirklich sein muß, sich beim Mikrolaser-Design mit klassischem Strahlenchaos zu beschäftigen. In der Tat gibt es fluktuierende Einfallswinkel auch in nicht-chaotischen Resonatoren, wie Abb. 3 (a) zeigt. Dort erhalten wir ein zu Abb. 2 ganz ähnliches Emissionsprofil aus einem ebenfalls sehr ähnlich aussehenden ovalen Körper. Hier handelt es sich um eine mathematische Ellipse, in Abb. 2 dagegen nicht. Außerdem ist der Brechungsindex des Ovals größer als in der Ellipse, und die Wellenlängen unterscheiden sich. Diese Unterschiede machen aber offenbar nicht viel aus: Das Licht entweicht stets nahezu tangential zu den beiden am stärksten gekrümmten Segmenten der Oberfläche. Wenn wir uns zur Erklärung die Strahlentrajektorien in einer Ellipse näher ansehen, finden wir aber kein Chaos. Die Fluktuationen im Einfallswinkel χ sind hier nämlich in Wirklichkeit sehr regelmäßig, wie in Abb. 3 (b) anhand eines sog. Poincaré-Schnittes gezeigt wird.

Jede durchgezogene Linie in diesem Diagramm wird von je einer Strahlenbahn erzeugt, indem man für einige hundert sukzessive Reflexionen sowohl den Ort des Auftreffens als auch den Einfallswinkel χ als Paar notiert. Den Reflexions-Ort kann man durch den Polarwinkel θ entlang der Berandung parametrisieren, gemessen vom Mittelpunkt der Kavität bezüglich ihres Längsdurchmessers. Trägt man nun $\sin \chi$ gegen θ auf, so füllen die Punkte allmählich die gezeigten Linien aus. Hier ist zunächst die

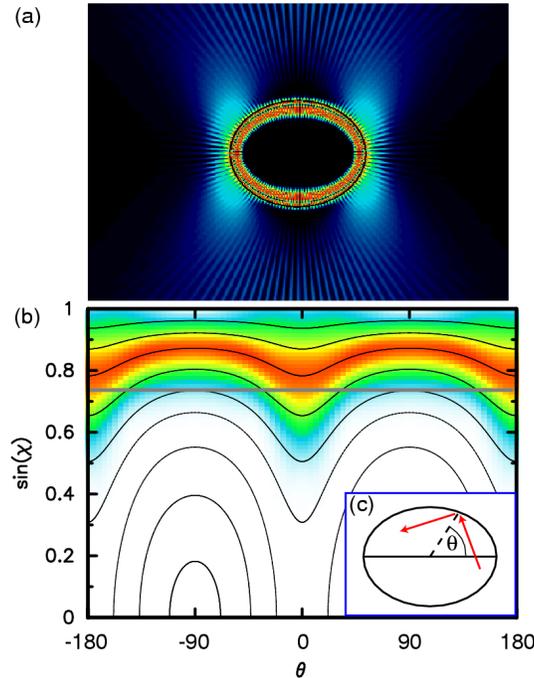


Abbildung 3: (a) Intensitätsverteilung einer Wellenlösung für einen Zylinder mit elliptischem Querschnitt. (b) Poincaré-Schnitt (schwarz) mit der klassischen Austrittsbedingung (graue Linie). Farbige ist die in (a) gezeigte Mode zum Vergleich unterlegt.

Möglichkeit des Entkommens aus der Kavität beim Verfolgen der Strahlen nicht berücksichtigt, um die interne Dynamik für sich genommen zu illustrieren. Um zu verstehen, was dies mit der Emission zu tun hat, erinnere man sich daran, daß nicht so sehr der Ort θ einer Reflexion, sondern der Einfallswinkel χ darüber entscheidet, ob die Bedingung für totale interne Reflexion erfüllt ist. Das Strahlenbild entfaltet also seine Wirkung nicht durch schlichtes Nachzeichnen von Strahlenbahnen im Raum, sondern erst durch ein Verständnis der Strukturen im *Phasenraum*, wie er hier von Ort und Einfallswinkel gemeinsam aufgespannt wird. Auf diesen abstrakten Raum kann man die exakte Wellenlösung aus Abb. 3 (a) mit Hilfe einer sog. Husimi-Funktion projizieren[21]. Diese kann grob als die Häufigkeitsverteilung der durch θ und $\sin \chi$ charakterisierten Reflexions-Ereignisse angesehen werden, die zu einer einzelnen Mode gehören; sie ist dem Phasenraum-Portrait farbig unterlegt und zeigt, daß die Wellenfunktion tatsächlich eine klassische Kurve

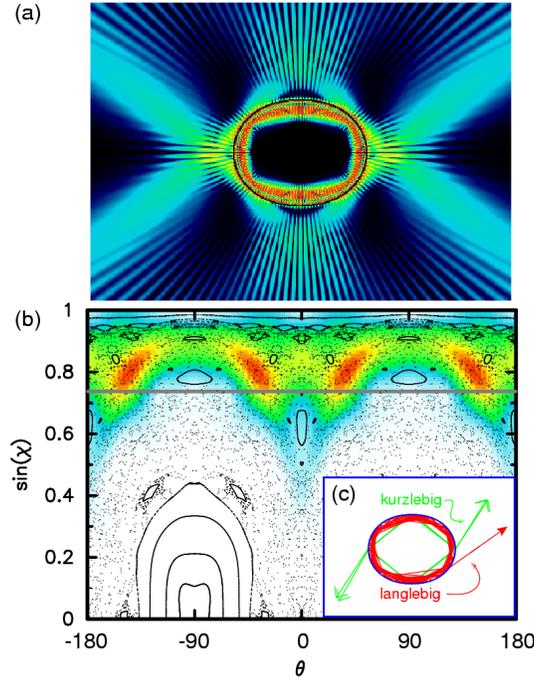


Abbildung 4: Wie in Abb. 3, aber für einen Querschnitt geringfügig anderen ovalen – nicht elliptischen – Querschnitt.

nachahmt – bis auf eine für kurze Wellenlängen abnehmende Verschmierung, die denselben Grund hat wie die Unschärferelation in der Quantenmechanik.

Die klassische Austrittsbedingung lässt sich im Poincaré-Schnitt sehr einfach durch eine horizontale Linie einzeichnen, unterhalb derer χ die Bedingung für totale interne Reflexion verletzt. Die betrachtete Mode wird eine lange Lebensdauer aufweisen, weil sie entlang einer Kurve im Phasenraum verläuft, die auch an ihren Minima den kritischen Winkel χ_c nicht unterschreitet. Die Minima liegen bei $\theta = 0$ und $\theta = 180^\circ$, entsprechend den Punkten höchster Oberflächenkrümmung. Da die Strahlen dort der Austrittsbedingung am nächsten kommen, sind dies die Stellen höchster Emission – in Übereinstimmung mit der Intensitätsverteilung in Abb. 3 (a). Die Tatsache, dass die Emission tangential zur Grenzfläche erfolgt, kann man mit dem Brechungsgesetz verstehen, angewandt auf Strahlen nahe dem kritischen Einfallswinkel. All dies fügt sich zu einem recht intuitiven Bild zusammen, denn an den Punkten höchster Krümmung würde man auch in einer gewundenen Glasfaser die größten Beugungsverluste erwarten.

Scheinbar brauchen wir uns um Chaos also keine Sorgen zu machen, denn eine gewisse Bündelung der Emission haben wir mit der Ellipse ja schon erreicht. Hier lauert jedoch eine Gefahr, denn wir nehmen implizit an, daß sich kleine, evtl. fertigungsbedingte, Abweichungen von der Idealform der Ellipse auch nur als kleine Störungen in den berechneten Eigenschaften bemerkbar machen. Dies wird in Abb. 4 (a) widerlegt, indem statt einer Ellipse ein etwas anders geformtes Oval mit identischem Achsenverhältnis und aus dem gleichem Material betrachtet wird. Offensichtlich ist das Intensitätsprofil im Inneren qualitativ ähnlich, im Außenraum aber ganz und gar nicht.

Den elektromagnetischen Grundgleichungen können wir diese Empfindlichkeit gegenüber einer oberflächlich so geringfügigen Änderung der Form nicht ansehen; die Punkte höchster Krümmung sind in Abb. 4 an derselben Stelle wie in Abb. 3. Erst der klassische Phasenraum liefert ein Verständnis, denn in Abb. 4 (b) herrscht eine qualitativ andere Struktur als in der Ellipse: In großen Teilen des Poincaré-Schnittes sind die durchgezogenen Linien von irregulären Punktwolken ersetzt worden, die zu chaotischen Strahlenbahnen gehören. Ein ganz ähnliches Bild hätten wir auch für das Oval in Abb. 2 bekommen, aber dort hatten wir Glück und bemerkten vom Chaos nichts. Der Grund hierfür war der unterschiedliche Brechungsindex, der für die Lage der Austrittsbedingung im Phasenraum verantwortlich ist. Was in Abb. 4 auffällt und in den zwei vorhergegangenen Beispielen nicht der Fall war, ist die Lage der Austrittsbedingung (graue Linie) inmitten einer Gruppe von vier "Inseln der Stabilität", in die das Chaos nicht eindringen kann (eine der Inseln taucht am Rand des Bildes bei $\theta = 0$ und $\theta = 180^\circ$ in zwei Hälften auf).

In der Nähe dieser Inseln läßt sich eine Flüstergalerie-Bahn im Phasenraum nicht mehr als eine kleine Störung des Bewegungsmusters in der Ellipse beschreiben. Dieses Versagen des Störungsansatzes ist der Inbegriff der mit Chaos einhergehenden Komplexität, wie sie bereits Poincaré mit Schrecken entdeckte[22] – und genau hiervon sehen wir in der Wellen-Ausstrahlung von Abb. 4 (a) einen Fingerabdruck. Die Inseln rühren von einer karo-förmigen, in sich geschlossenen und nicht chaotischen Strahlenbahn her, die in Abb. 4 (c) grün gezeichnet ist. Bei jeder zweiten Reflexion, nämlich an den Punkten höchster Krümmung, verletzt sie die Bedingung für totale Reflexion und hat daher eine sehr geringe Lebensdauer, die für Laserbetrieb nicht in Frage kommt. Startet man dagegen einen Strahl in der chaotischen Umgebung oberhalb einer dieser Inseln, so ergibt sich eine deutlich längere Lebensdauer, wie die rote Bahn in Abb. 4 (c) illustriert. Erst nach vielen Umläufen ergibt sich ein Einfallswinkel unter dem kritischen Wert χ_c , und der Strahl wird in eine Richtung gebrochen, die mit der Wellenlösung konsistent ist.

Rayleighs Vermutung von der Robustheit des Flüstergalerie findet sich hier auf den ersten Blick bestätigt, denn die Existenz von Chaos sieht man dieser Flüstergalerie-Bahn in der räumlichen Abbildung nicht eindeutig an. Insbesondere ist in Abb. 4 (c) aber auch nicht ersichtlich, warum Flüstergalerie-Strahlen dieser Art nicht wie gehabt tangential zu den Punkten höchster Krümmung emittiert werden. Nun zeigt sich der Nutzen der zusätzlichen Information, die in der Phasenraum-Darstellung enthalten ist. Die Husimi-Projektion der Wellenfunktion verteilt sich in einem Muster über Teile des chaotischen Bereiches, das grob an die Ellipse erinnert. Insbesondere liegt die Hauptintensität oberhalb des kritischen Winkels, entsprechend den vielen Umläufen der in Abb. 4 (c) rot gezeichneten “repräsentativen” Trajektorie. Aber speziell die Inseln bei $\theta = 0$ und $\theta = 180^\circ$ deformieren die Intensitätsverteilung im Phasenraum drastisch, weil chaotische Bahnen diesen stabilen Bereich “umschiffen” müssen. Das ist Ausdruck der Tatsache, daß es der roten Flüstergalerie-Bahn in Abb. 4 (c) prinzipiell unmöglich ist, z.B. den Punkt $\theta = 0$ mit dem gleichen Einfallswinkel zu erreichen wie die grün gezeichnete Bahn. Letztere ist stabil und erstere ist chaotisch – zwei einander ausschließende Bewegungstypen.

Der Poincaré-Schnitt deckt dynamische Struktur auf, die in diesem Fall dazu führt, daß das Austreten an den Punkten höchster Krümmung ($\theta = 0, 180^\circ$) unterdrückt wird. Die größte Wahrscheinlichkeit für das Unterschreiten des kritischen Winkels herrscht nun dort, wo die vier Regionen höchster Husimi-Intensität die graue “Ziellinie” berühren. Das Brechungsgesetz ergibt dann wieder tangentielle Emission, womit die wesentlichen Eigenschaften der Mode in Abb. 4 (a) geklärt sind.

Diese Aufspaltung der ausgestrahlten Bündel in vier verschiedene Richtungen als Folge von Inselstruktur im chaotischen Phasenraum ist keineswegs nur ein akademisches Beispiel, das als Extremfall konstruiert wurde. Die Brechungsindizes, die bei der gegebenen Resonatorform zu einer Austrittsbedingung in der Nähe der besagten Inseln führen, reichen von Polymeren und Gläsern bis zu Flüssigkeiten ($n = 1.3 \dots 1.8$). Die Existenz der Inseln wiederum ist generisch für Ovale aller Art, sofern sie mit den hier gezeigten einige Klassifizierungs-Merkmale gemeinsam haben – dazu gehören die Lage der Symmetrieachsen und der Punkte extremaler Krümmung, sowie die Forderung, daß die Oberfläche nirgends “eingedellt” (konkav) ist. Die Ellipse hingegen ist ein singulärer Sonderfall, der für Ovale dieser Art nicht repräsentativ ist.

Chaos aus der Spraydose

Um zu zeigen, daß in der Tat Abb. 4 die “realistischere” Situation widerspiegelt, kehren wir zu den bereits erwähnten Mikrotröpfchen zurück.

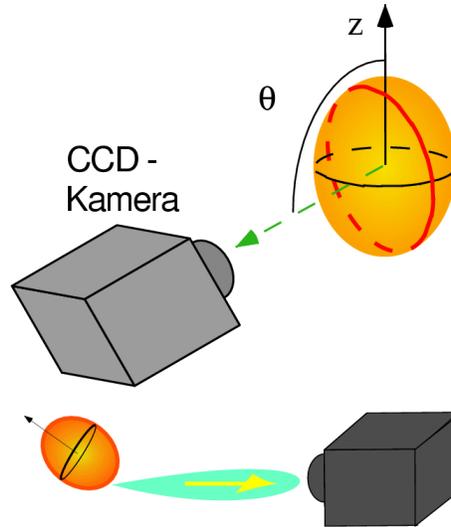


Abbildung 5: Eine CCD-Kamera (Charge-Coupled Device) macht aus unterschiedlichen Richtungen θ Aufnahmen von einem ovale Mikrotropfchen, das durch optisches Pumpen zum Aussenden von Laserlicht gebracht wird. Für eine Mode mit Emissionsprofil gemäß Abb. 4 sollte das gebündelte Licht bei $\theta \approx 140 - 150^\circ$ sichtbar werden, siehe unten.

Experimentell kann man einen sehr regelmäßigen Strom lasender Tröpfchen mit einer speziellen Düse herstellen, die ihnen jedoch eine stark oszillierende Form mit auf den Weg gibt. Beobachtet man nun die Tröpfchen stroboskopisch, so kann man durch Abpassen der gewünschten Oszillationsphase das Abbild eines stationär erscheinenden ovalen Resonators studieren. Auf der Zeitskala der photonischen Lebensdauer kann die Bewegung der Oberfläche tatsächlich vernachlässigt werden. Indem wir eine CCD-Kamera mit zugehörigem Abbildungssystem relativ zum Mikrotropfchen in verschiedenen Richtungen aufstellen, können wir das räumliche Profil der Laseremission vermessen. So ist es kürzlich gelungen, das nicht-intuitive Szenario von Abb. 4 experimentell nachzuweisen [23].

Das Prinzip der Messung ist in Abb. 5 dargestellt. Mit Blick auf diese Anwendung war in Abb. 3 und 4 der Brechungsindex $n = 1.36$, wie für das mit Farbstoff versetzte Ethanoltröpfchen im Experiment. Um mit der planaren Wellenausbreitung unserer Simulationen vergleichen zu können, interessieren uns unter den vielen Moden des dreidimensionalen Tröpfchens nur diejenigen, die sich auf eine Querschnittsebene durch die beiden Pole konzen-

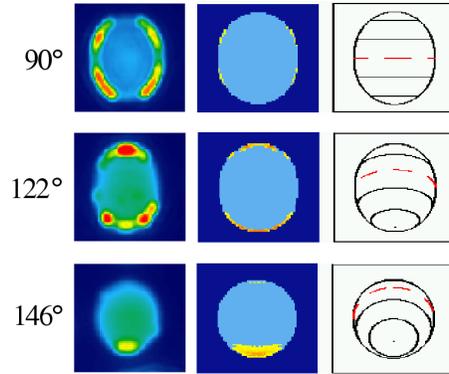


Abbildung 6: Für drei Winkel θ ist links das Bild aus dem Experiment, in der Mitte das Resultat einer Simulation zu sehen. Rechts sind zur Orientierung einige Breitenkreise sowie der Äquator (rot) des Tröpfchens eingezeichnet.

trieren. In Abb. 5 ist das eine Ebene, die die z-Achse enthält. Die Tröpfchen besitzen Rotationssymmetrie um die z-Achse, also ist das am Detektor erscheinende Bild nur abhängig vom Kippwinkel θ (Polarwinkel) bezüglich der langen Achse des Tröpfchens. Nur wenn das Tröpfchen in Richtung θ überhaupt Licht aussendet, sieht man im Kamerabild einen hellen Fleck auf dem Tröpfchen an der Stelle der Oberfläche, von wo die Emission erfolgt. Dabei kann natürlich nur Emission von der dem Detektor zugewandten Seite des Tröpfchens erscheinen, die in der Skizze rot umrandet wurde.

In Abb. 6 oben liegt die Kamera in der Äquatorialebene, entsprechend $\theta = 90^\circ$. Die Punkte höchster Krümmung sind die Pole, und bei der für eine Ellipse erwarteten tangentialen Emission von dort sollten sie im Bild hell erscheinen. Das ist jedoch nicht der Fall. Die anderen hellen Regionen stammen von Moden, die nicht zu planaren Strahlenbahnen in der Polarebene gehören. Das Ergebnis einer klassischen Strahlen-Simulation reproduziert dieses Verhalten, wenn wir für das Tröpfchen eine ovale Form wie die in Abb. 4 annehmen. Die Übereinstimmung setzt sich bis zu denjenigen Winkelbereichen θ fort, in die gemäß Abb. 4 das Gros der Abstrahlung erfolgt. Insbesondere bei $\theta = 146^\circ$ erscheint nur noch am unteren Rand des Abbildes ein heller Fleck. Dieses Licht stammt aus einer “polaren Mode” vom Typ der Abb. 4 mit einer planaren Ausbreitung in der durch die z-Achse und die Kamera aufgespannten Ebene. Wäre das Tröpfchen ein Ellipsoid ohne Strahlenchaos, so hätte man bei diesem Beobachtungswinkel kein Licht aufgefangen.

Wenn von Chaos die Rede ist, denkt man fast unweigerlich an ei-

ne für technologische Anwendungen unerwünschte Komplikation, die man im Laser-Design durch bekannte und einfach zu modellierende Resonator-Geometrien auf ein Minimum zu reduzieren versucht ist. In natürlichen Systemen wie den beschriebenen Tröpfchen haben wir diesen Luxus aber nicht, und das machte es notwendig, in der Mikro-Optik ungebräuchliche Methoden wie die Analyse im klassischen Phasenraum einzuführen. Das auf diese Weise verbesserte Verständnis der Auswirkungen von Chaos auf die Emission dielektrischer Resonatoren nimmt nun aber auch bei der Entwicklung von technologisch relevanten Resonatoren für Halbleiter- oder Polymerlaser die “Schwellenangst” vor unkonventionellen Formen. Der weltweit zur Zeit leistungstärkste Mikrolaser ist ein ovaler Mikrozyylinder mit größtenteils chaotischem Phasenraum[21].

Die große Bedeutung der Gestalt eines dielektrischen Mikroresonators für dessen spektrale Eigenschaften und Ausstrahlungsprofil eröffnet weitreichende Gestaltungsmöglichkeiten, bei denen man jetzt Chaos in Kauf nehmen oder sogar bewußt herbeiführen kann, weil dessen Wirkung eben doch vorhersagbar ist – die in den Poincaré-Schnitten offengelegte Struktur existiert, weil es sich im Wirrwarr der Strahlenbahnen um deterministisches Chaos, und nicht um reinen Zufall handelt. Insbesondere die Koexistenz von chaotischen und nicht chaotischen Bewegungstypen gibt der Forschung dabei jedoch noch grundlegende Rätsel auf[24], zu deren Verständnis das Studium dieser für die Photonik so bedeutenden Systeme beitragen kann[25].

Literatur

- [1] E. Kreifeldt, Opt. Photon. News Juni 1996, S. 8
- [2] J. Jahns, Phys. Bl. **53**, 529 (1997)
- [3] John McCrone, New Scientist **156** No.2105 (1997)
- [4] P. L. Gourley, Spektrum der Wissenschaft, Mai 1998, S. 74
- [5] A. Dodabalpur *et al.*, Science **277**, 1787 (1997)
- [6] R. Scharf, Phys. Bl. **55**, Nr. 6, S. 38 (1999)
- [7] D. M. Hofmann, Physik in unserer Zeit **30**, 69 (1999)
- [8] F. Capasso, C. Gmachl, D. L. Sivco und A. Cho, Physics World, Juni 1999, S. 27

- [9] M. Grundmann und D. Bimberg, Phys. Bl. **53**, 517 (1997)
- [10] Spezialausgabe von Rev. Mod. Phys. **71** (1999) in Artikeln auf den Seiten S242ff, sowie S471 ff.
- [11] A. Birner, K. Busch und F. Müller, Phys. Bl. **55**, Nr. 4, S. 27 (1999); A. Birner, *ibid.*, Nr. 7/8, S. 17
- [12] M. Rauner, Phys. Bl. **55**, Nr. 6, S. 18 (1999)
- [13] M. Vollmer, Phys. Bl. **54**, 903 (1998)
- [14] F. S. Crawford, *Berkeley Physik Kurs*, Band 3 (Vieweg & Sohn, Braunschweig 1982)
- [15] S. X. Qian *et al.*, Science **231**, 486 (1986)
- [16] Y. Yamamoto und R. E. Slusher, Physics Today **46**, 66 (1993)
- [17] J. W. Strutt und Baron Rayleigh, *The Theory of Sound*, Vol.II (Dover, New York 1945)
- [18] T. Dittrich, Physik in unserer Zeit **28**, 238 (1997)
- [19] H.-J. Stöckmann, Phys. Bl. **53**, 121 (1997); Physik in unserer Zeit **24**, 200 (1993)
- [20] T. Dittrich, Phys. Bl. **52**, 656 (1996)
- [21] J. U. Nöckel, Phys. Bl. **54**, 927 (1998)
- [22] M. C. Gutzwiller, *Chaos in Classical and Quantum Mechanics* (Springer, New York 1990)
- [23] S. S. Chang, Dissertation, Yale University 1999.
- [24] G. M. Zaslavsky, Physics Today **52**, 39 (1999)
- [25] Siehe auch
darkwing.uoregon.edu/~noeckel/microlasers.html